

ARTICLE PRINCIPAL

RECOUVRANT EN TOUT LA

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par Gérald SAURIER



Sujet de la thèse : Etude de la pression de Radiation Sonore. Application à l'étalonnage des transducteurs.

Soutenue le 3 juillet 1970 devant la commission d'examen

MM. R. LUCAS

Président

P. ALAIS

P. LIÉNARD

} Examineurs

O. N. E. R. A.

29, Avenue de la Division Leclerc,  
92 CHATILLON

1971



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41551621\\_0032](https://archive.org/details/IA41551621_0032)

ARTICLE PRINCIPAL

RECOUVRANT EN TOUT LA

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par Gérard SAURIER



**Sujet de la thèse :** Etude de la pression de Radiation Sonore, Application à l'étalonnage des transducteurs.

Soutenue le 3 juillet 1970 devant la commission d'examen

MM. R. LUCAS

Président

P. ALAIS

P. LIÉNARD



Examineurs

O. N. E. R. A.  
29, Avenue de la Division Leclerc,  
92 CHATILLON  
1971



# étude de la pression de radiation sonore

## application à l'étalonnage des transducteurs

par G. SAURIER\*

### INTRODUCTION

On sait depuis LORD RAYLEIGH [1] qu'en moyenne dans le temps, une force de radiation apparaît toutes les fois qu'un obstacle est placé dans le champ d'une onde acoustique. La première partie de ce travail contient l'étude théorique de la force agissant sur une sphère rigide dont le rayon est petit devant la longueur d'onde. Dans la seconde partie, nous étudions un dispositif expérimental permettant de détecter et mesurer cet effort pour des niveaux sonores supérieurs à 140 dB. L'écart peu important des résultats de mesures effectuées par rapport aux valeurs théoriques calculées nous autorise en dernier lieu à utiliser ce dispositif en vue de l'étalonnage absolu d'un microphone par des mesures de force de radiation.

### 1 — ÉTUDE THÉORIQUE

On suppose que la perturbation sonore est un train d'ondes planes harmoniques de longueur d'onde  $\lambda$ , de longueur totale  $L \gg \lambda$ . L'obstacle sphérique est supposé immobile dans le champ sonore et son rayon  $a$  est petit devant  $\lambda$ . Appelant  $S_0$  sa surface, nous l'entourons d'une surface  $S^*$  sphérique voisine de  $S_0$ , fixe dans l'espace.  $\mathcal{D}$  est le domaine enfermé par  $S^*$ . L'origine des axes est au centre de gravité de l'obstacle et la symétrie est cylindrique autour de l'axe  $Z$  normal au plan de l'onde incidente (fig. 1).

#### 1.1 — Mise en équation

Nous appliquons dans  $\mathcal{D}$  le théorème de la quantité de mouvement :

$$\frac{d}{dt} [\rho u]_{\mathcal{D}} = [F_e(M)]_{\mathcal{D}} + [\tau(P, n)]_{S^*} - [\rho u(P) \cdot (u \cdot n)]_{S^*} \quad 1.1.1$$

\* Docteur-Ingénieur, Ingénieur, à l'Office National d'Études et Recherches Aéronautiques, 29, avenue de la Division-Leclerc, 92 - Châtillon-sous-Bagneux.

$[F_e(M)]_{\mathcal{D}}$  est le torseur des forces volumiques extérieures qui s'exercent sur  $\mathcal{D}$ . Celles-ci s'interprètent comme les forces égales

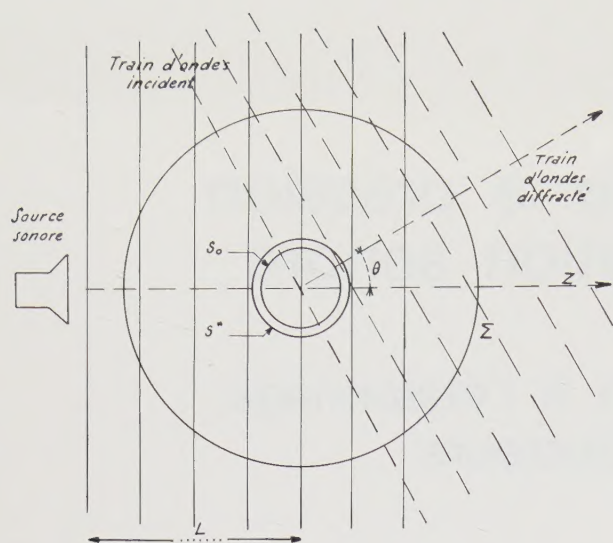


Fig. 1. — Champs sonores incident et diffusé à l'intérieur de  $\Sigma$ .

et  $S^*$ ; on peut donc écrire, en moyenne dans le temps, l'équation de conservation suivante :

$$\int_V \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) \right\rangle dv = 0. \quad 1.1.7$$

L'équation 1.1.6. et le théorème de la divergence appliqué à 1.1.7. donnent en définitive :

$$\langle F_i \rangle = \int_{\Sigma} \langle (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) \rangle n_j dS \quad 1.1.8$$

et opposées à la force de radiation  $F$  que l'on calcule.

$[\tau(P, n)]_{S^*}$  est le tenseur des efforts superficiels de contrainte s'exerçant sur  $S^*$ ,  $n$  est le vecteur unitaire normal extérieur de  $S^*$ .

$S^*$  étant une surface fixe, on peut écrire :

Le caractère harmonique de la perturbation sonore permet d'écrire :

$n_j$  désigne la composante suivant l'axe  $j$  du vecteur unitaire normal

$$\langle F_i \rangle = - \int_{S^*} \langle (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) \rangle n_j dS. \quad 1.1.6$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) \right]_{\mathcal{D}} = [-\rho u(P) \cdot (u \cdot n) + \tau(P, n)]_{S^*} - [F]_{\mathcal{D}} \quad 1.1.2$$

Projetons cette équation sur l'axe  $x_i$ , en tenant compte du fait que :

$$\tau_i(P, n_j) = \sigma_{ij} n_j \quad 1.1.3$$

où  $\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes qui, pour un fluide parfait s'écrit :

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} \quad 1.1.4$$

$p$  étant la pression sonore ; d'où :

Nous considérons maintenant la surface sphérique  $\Sigma$ , indéformable, entourant complètement  $S^*$  [2], [3] ; son rayon est supposé grand devant  $\lambda$  (donc devant  $a$ ) ; elle renferme des ondes incidentes et des ondes diffusées par l'obstacle mais on supposera que les phénomènes acoustiques qui sont établis dans  $\Sigma$  constituent un régime

intérieur à  $\Sigma$ . On constate que la force de radiation qui s'exerce sur l'obstacle est donnée par l'intégrale d'un tenseur  $\tau_{ij}$  étendue à la surface  $\Sigma$ . Le sens physique de ce tenseur de flux de quantité de mouvement a été étudié par L. BRILLOUIN [4].

## 1.2 — Méthode des développements asymptotiques

Elle nous permet d'évaluer correctement le tenseur  $\tau_{ij}$  jusqu'à l'ordre deux inclus et de dégager nettement le caractère non linéaire de la force de radiation. Nous assimilons le train d'ondes à une petite perturbation qui s'établit dans le fluide parfait, homogène, dont l'état initial est le repos. Alors les grandeurs physiques peuvent s'écrire sous forme de développements asymptotiques suivants :

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \dots \\ p = p_0 + p_1 + p_2 + \dots \\ u = u_1 + u_2 + \dots \end{cases} \quad 1.2.1$$

Prenons la moyenne dans le temps des deux membres de 1.1.5.

permanent. Appelons enfin  $V$  le domaine de fluide compris entre  $\Sigma$

Lorsqu'on substitue ces développements dans les équations générales de comportement d'un fluide, on obtient les équations précédentes aux différents ordres d'approximation.

Écrivons donc les équations générales :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad 1.2.2$$

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u(\nabla \cdot u) \right] + \nabla p = 0 \quad 1.2.3$$

et

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{p}{p_0} \right)^\gamma \quad 1.2.4$$

avec

$$c_0^2 = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \quad 1.2.5$$

$c_0$  célérité du son dans le fluide au repos.

On peut, en outre, remarquer qu'en l'absence de toute dissipation d'énergie, l'écoulement peut être considéré comme étant irrotationnel, donc le champ des vitesses dérive d'un potentiel  $\Phi$ ; on suppose aussi que  $\Phi$  est susceptible de s'écrire sous forme d'un développement asymptotique:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots \quad 1.2.6$$

Cela posé, le développement et le traitement des équations générales jusqu'à l'ordre deux inclus, nous fournissent un certain nombre de nouvelles équations ou relations qui nous sont utiles pour étudier le comportement du tenseur  $T_{ij}$  à cet ordre. Nous écrivons donc ces dernières :

a) à l'ordre un :

$$\begin{cases} \rho_1 = -\rho_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \\ u_1 = \Delta \Phi_1 \\ \Delta^2 \Phi_1 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} = 0 \\ (T_{ij})_1 = -\rho_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \delta_{ij} \end{cases} \quad 1.2.7$$

b) à l'ordre deux :

$$\begin{cases} \rho_2 = c_0^2 \rho_2 + \frac{\gamma-1}{2} c_0^2 \frac{\rho_1^2}{\rho_0} \\ u_2 = \Delta \Phi_2 \\ \nabla^2 \Phi_2 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial t^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ (\nabla \Phi_1)^2 + \frac{\gamma-1}{2c_0^2} \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \right)^2 \right] \\ (T_{ij})_2 = \rho_0 \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{c_0^2} \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \right)^2 - (\nabla \Phi_1)^2 - 2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right] \delta_{ij} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_i} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_j} \right\} \end{cases} \quad 1.2.8$$

On peut donc facilement déduire de ces équations la contribution des termes du tenseur  $[T]$  en moyenne dans le temps. Nous avons, en effet, fait l'hypothèse que les ondes acoustiques frappant l'obstacle ont un caractère

avec

$$k = \frac{\omega}{C_0}$$

En définitive, au troisième ordre près, seul le terme écrit ci-dessus sert au calcul de la force de radiation, dont l'expression s'écrit :

$$\langle F_i \rangle = \frac{\rho_0 A^2}{2} \int_{\Sigma} \left\{ \frac{1}{2} [k^2 |\varphi_1|^2 - |\Delta \varphi_1|^2] \delta_{ij} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_j} \right\} n_j dS \quad 1.2.13$$

essentiellement harmonique ; il est donc clair que :

$$\langle (T_{ij})_1 \rangle = 0 \quad 1.2.9$$

Le tenseur  $T_{ij}$  ne contribue pas, au premier ordre, à l'expression de la force. Dans l'expression de  $(T_{ij})_2$  seul le terme  $\partial \Phi_2 / \partial t$  nécessite une précision qui est d'ailleurs fournie par l'équation de  $\Phi_2$ ; la présence de l'opérateur  $\partial / \partial t$  au membre de droite de cette équation implique que  $\Phi_2$  est aussi une fonction harmonique ; donc :

$$\langle \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \rangle = 0 \quad 1.2.10$$

Écrivant que le potentiel vitesses a la forme :

$$\vec{\Phi}(r, t) = A \vec{\varphi}(r) \exp i\omega t \quad 1.2.11$$

où  $\vec{\varphi}(r)$  est une fonction complexe de  $r$  que nous précisons par la suite, nous en déduisons qu'en moyenne dans le temps :

$$\langle (T_{ij})_2 \rangle = \frac{\rho_0 A^2}{2} \left\{ \frac{1}{2} [k^2 |\varphi_1|^2 - |\nabla \varphi_1|^2] \delta_{ij} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_j} \right\} \quad 1.2.12$$

Cette relation montre qu'on peut aisément calculer la force considérée lorsqu'on connaît complètement la fonction  $\varphi_1(r)$ .

### 1.3 — Résolution du problème de la diffusion de l'onde acoustique par l'obstacle sphérique

L'intégrale à calculer s'étendant sur la surface  $\Sigma$  située loin de l'obstacle, nous sommes conduits à étudier la forme asymptotique du potentiel  $\varphi_1(r)$  lorsque  $r$  devient grand. On écrit que le potentiel total  $\varphi_1$  est décomposable en la somme du potentiel de l'onde incidente et du potentiel de l'onde diffusée par l'obstacle.

$$\varphi_1(r) = \varphi_{1i} + \varphi_{1d} \quad 1.3.1$$

D'après le choix du système

de coordonnées, l'axe des  $z$  étant un axe de symétrie pour l'ensemble, on peut écrire :

$$\varphi_{1i} = Ae^{ikz} \quad 1.3.2$$

en outre, on sait que  $\varphi_{1i}$  est solution de l'équation de HELMHOLTZ :

$$(\nabla^2 + k^2)\varphi_{1i} = 0 \quad 1.3.3$$

Loin de l'obstacle, le terme  $\varphi_{1d}$  tend vers l'expression du potentiel d'une onde divergente à partir d'un point source situé au centre de la zone de diffusion. On écrit :

$$\varphi_{1d} = A \frac{e^{ikr}}{r} f(\theta) \quad 1.3.4$$

$f(\theta)$  [5] est la fonction de distribution des vitesses à grande distance qui ne dépend que de l'angle  $\theta$  que fait l'onde diffusée par rapport à l'onde incidente (Fig. 1). L'interprétation physique de cette fonction est simple : en acoustique, la quantité  $|f(\theta)|^2 d\Omega$  est la puissance acoustique diffusée à l'intérieur de l'angle solide  $d\Omega$ , par unité d'intensité acoustique incidente. En définitive, on obtient :

$$\varphi_1(r) = A \left( e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} f(\theta) \right) \quad 1.3.5$$

équation dans laquelle  $z = r \cos \theta$ . L'expression de la force de radiation s'exerçant sur l'obstacle dans la direction des ondes incidentes s'écrit :

$$\langle F_z \rangle = \frac{\rho_0 A^2}{2} \int_{\Sigma} \left\{ \frac{1}{2} [k^2 |\varphi_1|^2 - |\nabla \varphi_1|^2] \delta_{zj} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_j} \right\} n_j dS. \quad 1.3.6$$

Loin de l'obstacle, en particulier au niveau de la surface  $\Sigma$ , la perturbation sonore est toujours constituée par des ondes harmoniques planes ou sphériques de grand rayon et il y a donc à chaque instant équipartition de l'énergie acoustique entre sa forme ciné-

tique et sa forme potentielle ; le premier terme de la quantité à

radiation est proportionnelle à cette densité d'énergie. Donc : (1)

$$\langle F_z \rangle = 2\pi \langle E \rangle \int_0^\pi (1 - \cos \theta) |f(\theta)|^2 \sin \theta d\theta. \quad 1.3.9$$

intégrer (équation 1.3.6.) est donc nul.

Finalement, on obtient :

$$\langle F_z \rangle = \frac{\rho_0 A^2}{2} R_e \int_{\Sigma} \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \frac{\partial \varphi_1^*}{\partial r} dS. \quad 1.3.7$$

$R_e$  désigne la partie réelle,  $\varphi_1^*$  le complexe conjugué du potentiel complexe  $\varphi_1$ .

Pour l'obstacle sphérique de petit rayon devant la longueur d'onde acoustique, la fonction  $f(\theta)$  admet le développement en série suivant :

$$f(\theta) = -\frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin \beta_l P_l(\cos \theta) \exp(-i\beta_l) \quad 1.3.10$$

les  $\beta_l$  étant les angles de phase de diffusion [6] d'ordre  $l$ , les  $P_l(\cos \theta)$  sont les polynômes de LEGENDRE d'ordre  $l$ . Dans l'approximation  $2\pi a/\lambda \ll 1$ , on constate que seuls les deux premiers

$$\langle F_z \rangle = \frac{1}{2} \rho_0 k^2 A^2 \int_0^\pi (1 - \cos \theta) |f(\theta)|^2 2\pi \sin \theta d\theta. \quad 1.3.8$$

angles de la suite des  $\beta_l$  sont du même ordre de grandeur, les suivants étant négligeables devant  $\beta_0$  et  $\beta_1$ .

Dans le cas d'ondes acoustiques progressives, le potentiel incident est donné par la relation 1.3.2

Le coefficient  $(1/2) \rho_0 k^2 A^2$  représente la moyenne dans le temps de la densité d'énergie acoustique des ondes sonores. On vérifie bien le fait que la force de

(1) Nota : le détail des calculs est celui donné dans la Thèse de Doctorat d'Ingénieur soutenue par l'auteur, le 3 juillet 1970, à Paris.

et la force de radiation a pour expression  $\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1\right)$  :

$$\langle F_z \rangle = \pi a^2 \langle E \rangle g\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)$$

$$g\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right) = \frac{11}{9} \left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^4 + 0 \left[\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^6\right]. \quad \text{I.3.11}$$

Ce résultat est en accord avec celui obtenu par KING [7] à l'aide d'un calcul différent, toujours dans l'approximation d'une grande longueur d'onde acoustique devant les dimensions de l'obstacle.

Dans le cas d'un système d'ondes stationnaires enfermées dans un tuyau cylindrique, par exemple, le calcul précédent se conduit exactement de la même façon à partir d'une forme différente du potentiel incident :

$$\varphi_{1i} = A \cos [k(z + z_0)] \quad \text{I.3.12}$$

$z_0$  désignant ici la position de la sphère dans ce système d'ondes par rapport au plan sur lequel elles viennent se réfléchir. La force de radiation est alors donnée

par l'expression  $\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1\right)$  :

$$\langle F_z \rangle = \pi a^2 \langle E \rangle h\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right) \sin 2kz_0$$

$$h\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right) = \frac{8}{3} \left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^4 + 0 \left[\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^6\right]. \quad \text{I.3.13}$$

Ce résultat est en accord avec celui de WESTERVELT [3].

Rappelons que ces expressions I.3.11 et I.3.12 ne sont valables que pour une sphère rigide, indéformable et pesante, c'est-à-dire telle que la masse volumique

puisse être considérée comme infiniment grande devant celle du fluide. Pour une sphère légère

les expressions ci-dessus sont modifiées par l'influence d'un coefficient qui est une fonction du rapport de ces deux masses volumiques. Ainsi, une sphère très légère a tendance à se déplacer vers un ventre de pression dans un champ acoustique stationnaire.

#### 1.4 — Application numérique

Les résultats théoriques précédents sont intéressants puisqu'ils montrent qu'une intensité acoustique moyenne  $\langle I \rangle$  est proportionnelle à la force de radiation qui s'exerce sur l'obstacle sphérique.

$$\langle I \rangle = \alpha(a, \lambda, z_0) \langle F_z \rangle \quad \text{I.4.1}$$

le coefficient de proportionnalité étant une fonction de l'obstacle,

de la fréquence de l'onde acoustique et de la position de l'obstacle dans le champ stationnaire ; ce dernier présente un avantage immédiat : la force de radiation est beaucoup plus élevée dans un champ stationnaire que dans un

champ progressif. On peut trouver une raison physique à ce résultat en étudiant les effets non linéaires dus à la viscosité au voisinage de l'obstacle dans une onde progressive.

En particulier, WESTERVELT a montré que l'effet de force de radiation peut très bien être masqué par d'autres efforts agissant sur l'obstacle uniquement dus à la viscosité du milieu.

A titre d'exemple, la force de radiation qui s'exerce sur une bille en bois de 1,5 cm de rayon, placée dans un champ acoustique de 140 dB à 1 000 Hz est de 0,032 dyne si le champ est progressif et de 1,7 dyne si le champ est stationnaire et pour la valeur maximale du terme  $\sin 2kz_0$ .

L'étude expérimentale du phénomène se fait donc en utilisant des ondes planes, harmoniques, stationnaires, enfermées dans un tuyau cylindrique.

## 2 — ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

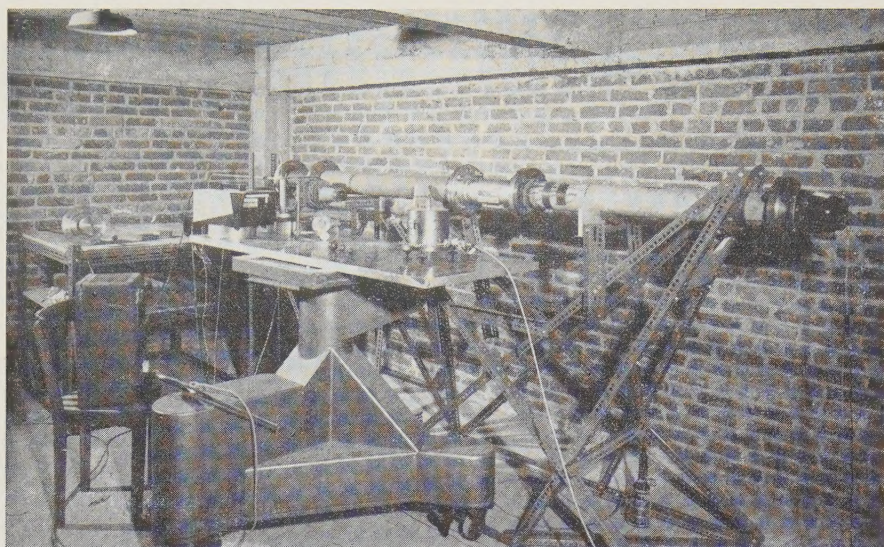
### Introduction

L'exemple numérique donné ci-dessus montre que les efforts que nous avons à mesurer sont suffisamment faibles pour qu'on prenne un certain nombre de précautions dans l'installation du dispositif d'étude de cette force.

Il est, en premier lieu, souhaitable d'utiliser pour cette installation deux pièces séparées, avec une porte de communication. La première contient un tuyau acoustique avec une chambre de compression, éléments nécessaires à la production et à l'entretien d'ondes sonores de haut niveau, ainsi qu'une chaîne microphonique. Cette pièce contient également le système de détection de la force de radiation qui est constitué, comme nous le verrons, d'une boucle d'asservissement fonctionnant en méthode de zéro.

La deuxième pièce contient tous les appareils enregistreurs contrôlés par les opérateurs (voir photographie). Cette disposition n'autorise aucun phénomène de convection de l'air dans la première pièce, ce qui fausserait les mesures enregistrées par la boucle d'asservissement de très grande sensibilité.

Il est également nécessaire que



Tuyau acoustique et éléments de détection de la Force.

l'ambiance acoustique de l'environnement soit la plus tranquille possible, car les moindres vibrations ou microséismes pouvant se transmettre par les cloisons ou le plafond sont enregistrés et rendent toute mesure impossible.

Enfin, l'ensemble détecteur de la chaîne asservie est placé sur un bâti très stable et extrêmement rigide dont l'horizontalité est contrôlée au niveau à bulle.

## 2.1 — Description de l'ensemble du dispositif

On peut distinguer deux ensembles essentiels :

a) un système de production et d'entretien d'ondes acoustiques planes, harmoniques, stationnaires de haut niveau (plus de 140 dB). Nous disposons d'un tuyau cylindrique, très rigide, décomposable en tronçons dont celui du milieu comporte sur sa paroi latérale trois ouvertures rectangulaires qu'on peut fermer à l'aide de fenêtres en plexiglas, épousant vers l'intérieur du tuyau la forme cylindrique de ce dernier. Une des fenêtres possède en son centre un petit trou de 3 mm de diamètre qui s'étend sur toute l'épaisseur de la fenêtre (soit 1 cm environ). Nous verrons l'usage et l'importance de ce petit trou ultérieurement.

Le tuyau est fermé aux deux extrémités par deux faces planes, rigoureusement parallèles entre elles, et aussi polies que possible. A l'exception du trou mentionné ci-dessus, aucune fuite acoustique ne peut exister dans cet ensemble. La face initiale contient la chambre de compression qui y est vissée, un trou taraudé au diamètre du col de la chambre de compression ayant été prévu au centre de cette face. La face terminale contient le microphone (1/4 de pouce BRUEL et KJAER), dont la grille de protection de la membrane vibrante vient affleurer la surface interne de cette face. Le corps du microphone est guidé par un petit tube cylindrique suffisamment long pouvant pénétrer dans le tuyau acoustique ce qui permet l'exploration longitudinale du système d'ondes stationnaires dans le tuyau.

Le circuit de la chambre de compression contient un générateur basse-fréquence, un amplificateur, un fréquencesmètre, un voltmètre électronique et un ampèremètre; ces deux derniers appareils contrôlent la puissance électrique aux bornes de la bobine mobile. Le circuit du microphone contient une alimentation stabilisée, un voltmètre électronique indiquant la tension de sortie aux bornes du microphone, c'est-à-dire l'équivalent en millivolts du niveau sonore qui règne à l'intérieur du tuyau, et un oscilloscope permet-

tant d'apprécier en première approximation la distorsion des ondes. On peut mesurer cette dernière avec précision à l'aide d'un analyseur fin BRUEL et KJAER et enregistrer complètement le spectre complet en fréquence du signal acoustique à différents niveaux sonores.

b) Un système de détection de la force de radiation qui s'exerce sur l'obstacle sphérique. Celui-ci est une petite bille en bois de 1,25 cm de rayon placée au centre du tuyau. Une petite tige très fine en duralumin horizontale, vissée dans le bois, maintient la bille au centre du tuyau et sort de ce dernier par le petit trou prévu au centre d'une des fenêtres. Cette petite tige est solidaire du bras de levier d'une microbalance très sensible et très précise. A l'autre extrémité de ce bras de levier et à l'extérieur de la microbalance, est placé un petit miroir plan de 1 cm<sup>2</sup> de surface qui reçoit le flux lumineux d'un projecteur et le renvoie vers la cellule photorésistante d'un amplificateur galvanométrique SEFRAM. La force de radiation qui agit sur la bille tend à modifier l'angle de torsion d'un fil métallique de suspension qui supporte le bras de levier de la microbalance. Le miroir traduit cette tendance par une variation de l'équilibre d'éclairement de la cellule photoélectrique; une tension électrique en résulte qu'on relève sur un voltmètre continu, et qu'on peut aussi enregistrer. Cette tension de sortie constante crée un couple antagoniste de torsion du fil de suspension de la microbalance qui compense le moment de la force à mesurer. L'équilibre de ces deux moments crée un nouvel équilibre d'éclairement de la cellule. En fait, ce qu'on lit sur le voltmètre continu c'est la tension nécessaire pour ramener la déviation de l'ampli-spot à zéro. On utilise donc bien là une méthode de zéro avec boucle d'asservissement (Fig. 2).

Enfin, un dispositif spécial est prévu pour l'étalonnage de la microbalance; il faut pouvoir en quelque sorte exercer des forces reproductibles et fidèles au cours du fonctionnement de l'appareil. Ce moyen est fourni par la tension continue appliquée à un dispositif électrostatique composé de

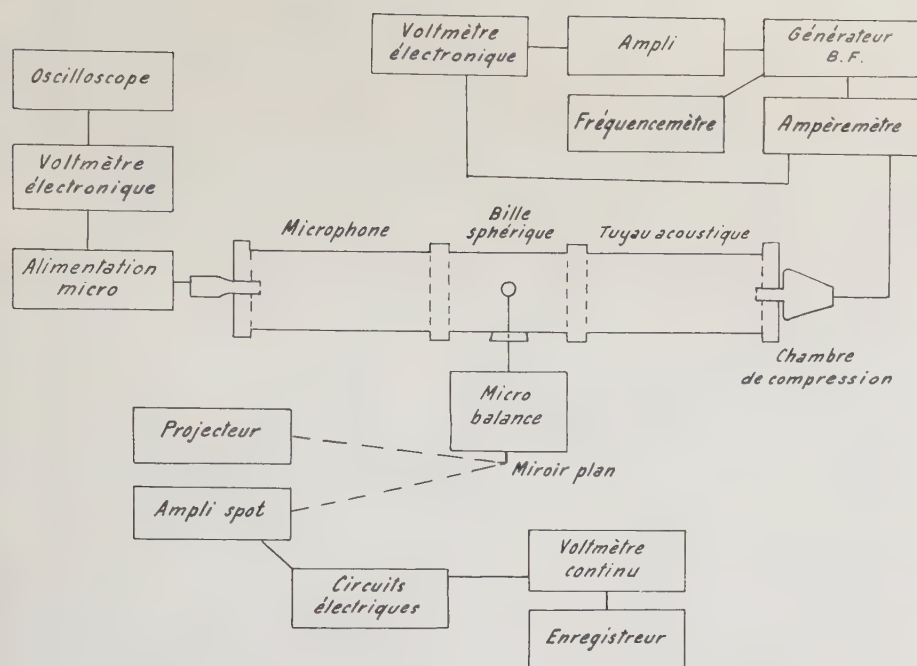


Fig. 2. — Vue d'ensemble du dispositif d'étude expérimentale de la Force de Radiation.

deux électrodes formant condensateur plan et dont les armatures sont circulaires. La force qui attire l'une des électrodes polarisée vers l'autre maintenue à la masse est de la forme :

$$F = \frac{1}{36\pi 10^9} \frac{S}{e^2} \frac{V^2}{2}.$$

S section des électrodes,  $e$  distance de séparation des électrodes au repos. La microbalance enregistrant cette force, on peut donc graduer en dynes les indications du voltmètre continu branché à la sortie de l'ampli-spot (Fig. 3).

## 2.2 — Fonctionnement du premier ensemble

Nous voulons produire et entretenir dans l'air contenu dans le tuyau étanche des ondes acoustiques planes de grande intensité et mesurer leur densité moyenne d'énergie  $\langle E \rangle$ . Dans une géométrie cylindrique, les ondes peuvent être considérées comme planes dans le tuyau tant que leur fréquence fondamentale est inférieure à la première fréquence de résonance transversale du tuyau [8] Pour le tuyau dont nous disposons, cette condition imposerait que l'on n'opère pas au-delà de 8 KHz. Cette fréquence est située

bien au-delà de toutes celles que nous utilisons. La planéité des ondes peut, en outre, se vérifier à l'aide d'une sonde microphonique pénétrant dans le tuyau par la surface latérale et se déplaçant dans un plan d'onde.

Dans le tuyau, un système d'ondes stationnaires s'établit spontanément et les intensités sonores peuvent être élevées, même avec une source de moyenne puissance,

si on sait tirer profit des propriétés amplificatrices du système résonnant constitué par le tuyau, car lorsque la fréquence de la tension d'excitation de la chambre de compression est égale à l'une des fréquences de résonance longitudinale du tuyau, l'énergie acoustique émise par la chambre ne sert qu'à compenser celle qui est absorbée par les parois du tuyau, par le fluide et par la chambre elle-même. Cette densité d'énergie est d'autant plus grande que les pertes sont très faibles, ce qui est le cas pour l'ensemble que nous utilisons. Les ondes stationnaires que nous avons obtenues dans ce tuyau peuvent être considérées comme planes et les distorsions observées sont au plus égales à 6 %. La mesure de la densité d'énergie est simplifiée dans un tel cas, car on sait que :

$$\langle E \rangle = \frac{p_1^2}{2\rho_0 c_0^2}$$

la mesure de  $\langle E \rangle$  se réduit donc à celle de  $p_1$ . Or le microphone, préalablement étalonné, tel qu'il est placé, c'est-à-dire forcément en un ventre de pression, mesure exactement la pression acoustique efficace  $p_1$  par l'intermédiaire de la tension électrique efficace qui apparaît à ses bornes de sortie (la sensibilité de ce microphone étant donnée avec exactitude par le constructeur).

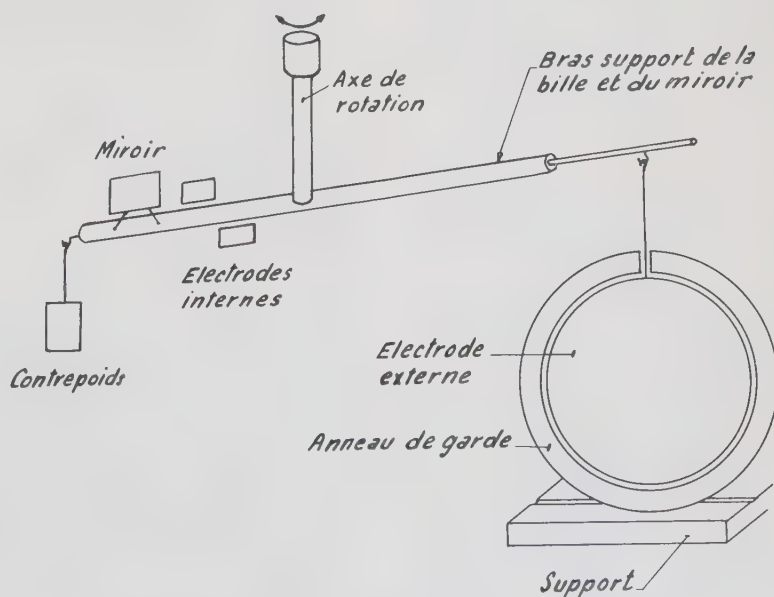


Fig. 3. — Dispositif d'étalonnage de la microbalance.

Le fonctionnement du tuyau dépend malgré tout de deux conditions :

- la première, conséquence de l'étude théorique présentée ci-dessus, implique la relation :

$$x = \frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1$$

- ce qui limite la fréquence d'utilisation à 1 500 Hz, si on convient d'admettre pour  $x$  des valeurs n'excédant pas 0,3 ou 0,4.
- la seconde, conséquence de la présence inévitable du petit trou prévu au centre d'une des fenêtres en plexiglas, implique que le coefficient de transmission des ondes au voisinage de ce petit trou, nul aux basses fréquences, est voisin de l'unité à des fréquences plus élevées, de l'ordre de 1 000 Hz.

En définitive, la bande 1 000-1 500 Hz a été choisie comme celle du meilleur fonctionnement. On recherche ensuite dans cet intervalle les fréquences qui correspondent aux résonances longitudinales du tuyau ; on opère ensuite à des fréquences voisines, car la bille étant placée au milieu de la longueur du tuyau, le terme  $\sin 2Kz_0$  est nul en ce point à la résonance.

On bénéficie de la sorte d'une part des propriétés d'amplification autour de la résonance, d'autre part des valeurs numériquement faibles du terme  $\sin 2Kz_0$ , ce qui autorise une exploration plus large en intensité sonore sans perdre le caractère harmonique des ondes ni craindre un danger de saturation de la boucle d'asservissement.

### 2.3 — Fonctionnement du second ensemble

Il comprend essentiellement :

- un équipement mobile (microbalance)
- un détecteur optique
- des circuits électriques permettant l'asservissement en direction de l'équipage mobile, la mesure numérique et l'enregistrement du phénomène
- le dispositif d'étalonnage de la microbalance que nous avons mentionné plus haut.

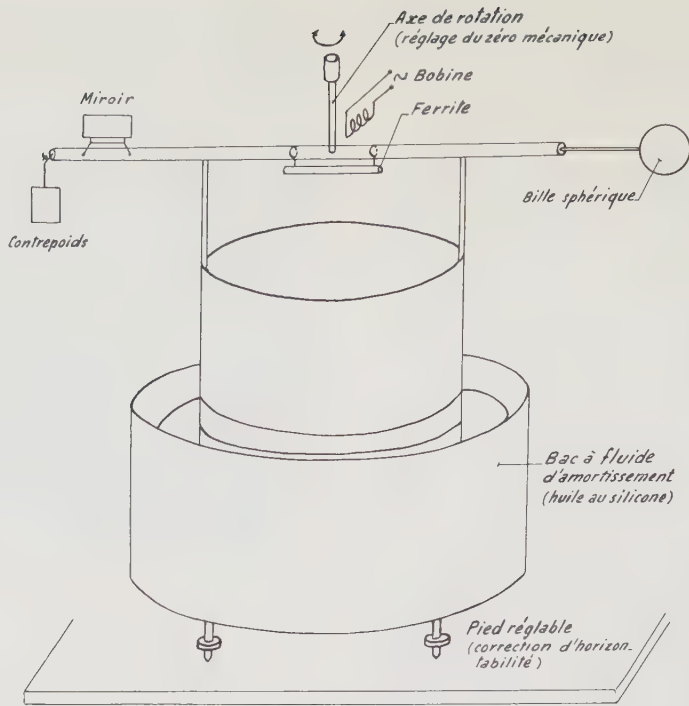


Fig. 4. — Schéma de la microbalance.

#### a) La microbalance

Le fil métallique de suspension qui supporte le balancier est en nickel écroui et son diamètre de 0,2 mm est choisi de telle sorte que la constante de torsion n'intervienne pas dans la sensibilité du dispositif tout en assurant une résistance mécanique suffisante.

Le corps proprement dit de la microbalance (Fig. 4) plonge dans un réservoir annulaire contenant une huile de silicone à très faible tension de vapeur, ce qui assure un amortissement angulaire variable avec la hauteur d'immersion et la température du fluide. La constante de temps de l'appareil est suffisamment élevée pour que les phénomènes transitoires qui accompagnent l'établissement du champ sonore dans le tuyau ne soient pas enregistrés par la microbalance.

#### b) Le détecteur optique

Cet appareil est l'amplificateur galvanométrique SEFRAM, élaboré à partir d'un amplificateur de tension à méthode d'opposition et comprenant un galvanomètre interne dont le déplacement du spot est détecté par une cellule photorésistante. Ses caractéristiques de fonctionnement sont les suivantes :

- linéarité assurée à mieux que 0,2 %

- bruit de fond inférieur à  $10^{-8}$  volt
- gain en tension :  $10^4$
- temps de réponse : 0,1 seconde.

La mesure de la tension d'asservissement est faite par un voltmètre continu et enregistrée par un potentiomètre automatique après passage dans des circuits intégrateurs et alternateurs appropriés.

Nous donnons dans le chapitre suivant les résultats expérimentaux auxquels nous avons abouti.

### III — RÉSULTATS DES MESURES DE LA FORCE DE RADIATION

#### APPLICATION A L'ÉTALONNAGE D'UN MICROPHONE

Nous voulons vérifier expérimentalement la formule théorique I.3.13 ; nous avons donc quatre séries de mesures à faire :

- mesures vérifiant la proportionnalité de  $\langle F \rangle$  à la densité d'énergie acoustique  $\langle E \rangle$ ,
- mesures vérifiant la proportionnalité de  $\langle F \rangle$  au cube du rayon  $a$  de la bille,
- mesures vérifiant la proportionnalité de  $\langle F \rangle$  au sinus de la position  $z_0$  de la bille dans le tuyau acoustique,

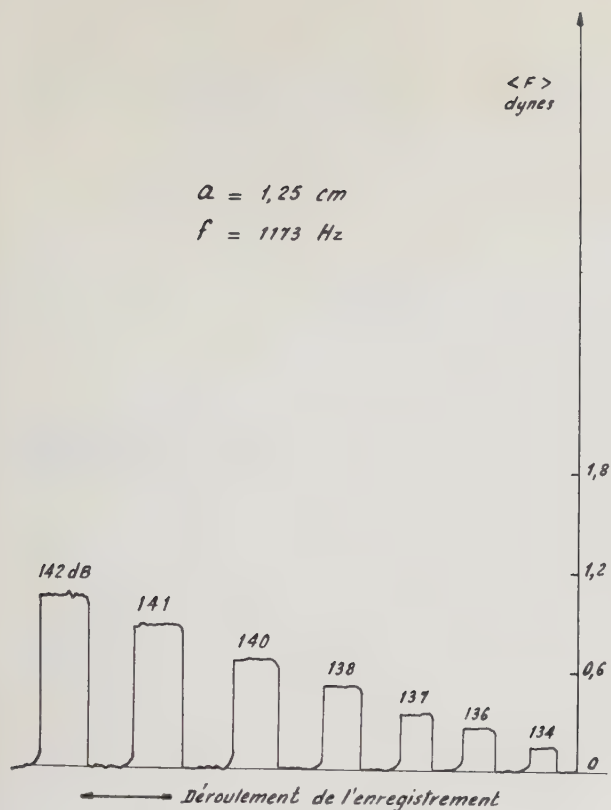


Fig. 5. — Echelons de Force de radiation à 1173 Hz.

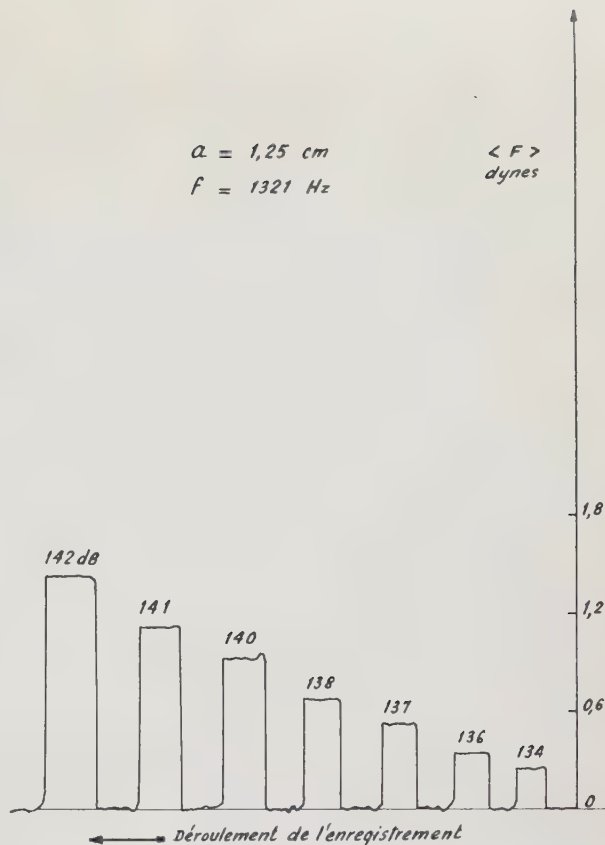


Fig. 6. — Echelons de Force de radiation à 1321 Hz.

d) des mesures a), b), et c), nous déduisons la loi de variation expérimentale de  $\langle F \rangle$  en fonction de la fréquence du signal acoustique.

Loi :  $\langle F \rangle = \langle F \rangle (\langle E \rangle)$

On maintient la fréquence, le rayon de la bille et la position de

cette dernière constante. On fait varier l'énergie acoustique contenue dans le tuyau et on enregistre une variation de la tension de sortie aux bornes du microphone. Les figures 5, 6, 7 et 8 donnent l'aspect des échelons de force de radiation obtenus pour deux fréquences distinctes 1170 Hz et 1321 Hz (fréquences voisines de

la 16<sup>e</sup> et 18<sup>e</sup> fréquences de résonance longitudinale du tuyau) pour des niveaux sonores variant de 134 dB à 142 dB.

Loi :  $\langle F \rangle = \langle F \rangle (a^3)$

Tous les autres paramètres restent constants au cours d'une expérience, on change le rayon

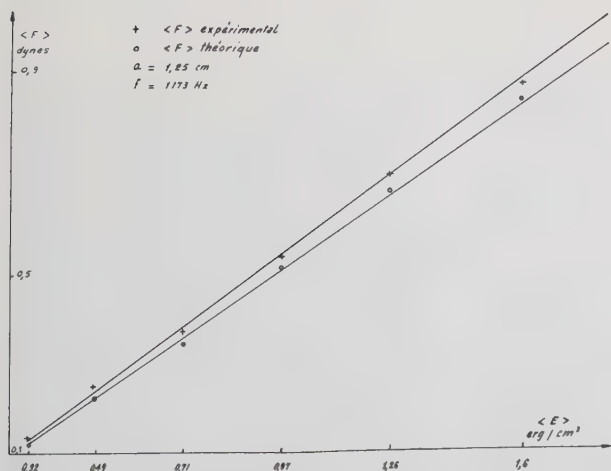


Fig. 7. — Variations de la Force de radiation en fonction de  $\langle E \rangle$  à 1173 Hz.

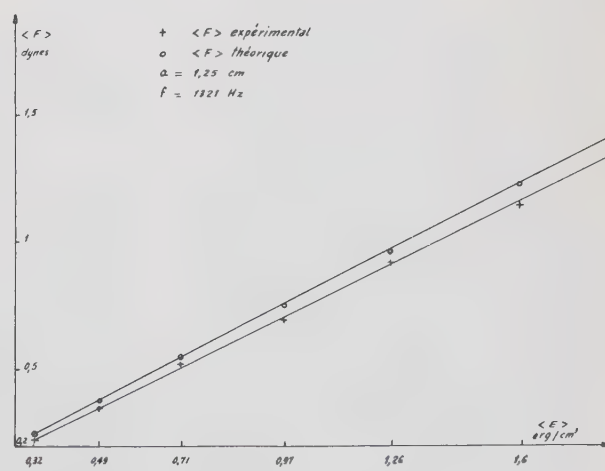


Fig. 8. — Variations de la Force de radiation en fonction de  $\langle E \rangle$  à 1321 Hz.

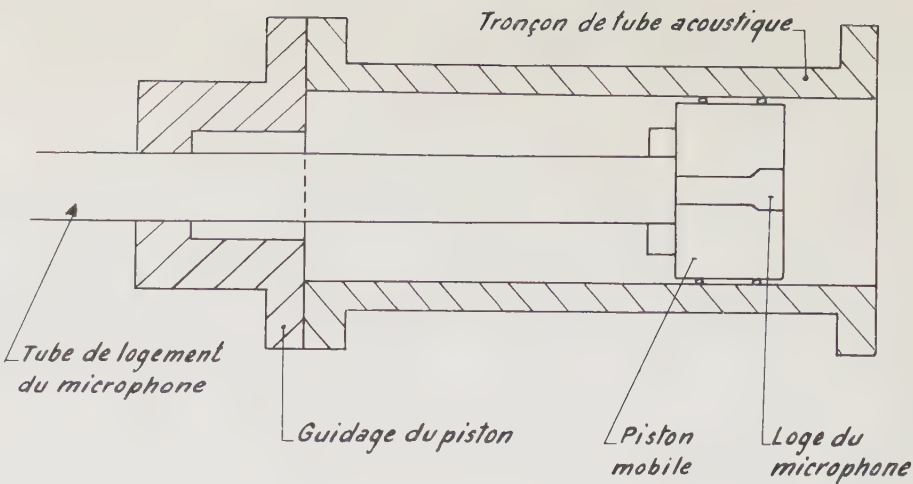
de la bille en bois ; les rayons utilisés ont été 1 cm, 1,25 cm, 1,5 cm. Nous avons, à titre de curiosité, étudié expérimentalement la force de radiation qui s'exerce sur un disque plan mince de même rayon que la bille. On constate qu'il existe un facteur de proportionnalité sensiblement constant et voisin de 5 entre les deux efforts, en faveur de la bille.

$$Loi : \langle F \rangle = \langle F \rangle (\sin 2kz_0)$$

Comme la bille ne peut être déplacée à volonté, puisqu'elle est portée à l'extrémité de la tige fine qui passe par le petit trou percé au centre de la fenêtre, c'est la face terminale portant le microphone que l'on déplace. On prévoit donc un dispositif spécial constitué par un piston guidé, au centre duquel on place le microphone, de la même manière qu'il se trouvait dans la face terminale, et pouvant coulisser sur une dizaine de centimètres tout au plus afin de ne pas modifier notablement la densité d'énergie acoustique dans le tuyau (Fig. 9). La position zéro du piston est celle qui représente la configuration du tuyau acoustique dans les expériences antérieures. La figure 10 donne l'allure de la variation de  $F$  lorsqu'on déplace le piston vers la bille de douze centimètres. On obtient sensiblement une variation sinusoïdale comme le prévoit la formule théorique.

$$Loi : \langle F \rangle = \langle F \rangle (ka)$$

Les résultats expérimentaux concernant cette loi sont déduits des précédents. Tous les résultats expérimentaux antérieurs sont obtenus avec une précision de l'ordre du décibel, ce qui représente une erreur relative de l'ordre de 10 à 12 %. Nous remarquons d'ailleurs que les lois théoriques dont on a également donné les courbes représentatives sur les différentes figures ne sont connues qu'avec une certaine erreur voisine de 10 % également, erreur due essentiellement à l'imprécision de l'étalonnage du microphone. Les écarts relativement faibles que nous obtenons entre les résultats théoriques et expérimentaux nous incitent à utiliser, en dernier lieu, la force de radiation comme un moyen de caractériser un champ sonore



Dispositif d'étude de la loi :  $\langle F \rangle (\sin 2kh)$

Fig. 9. — Dispositif spécial d'étude de la loi :  $\langle F \rangle = \langle F \rangle (\sin 2kh)$ .

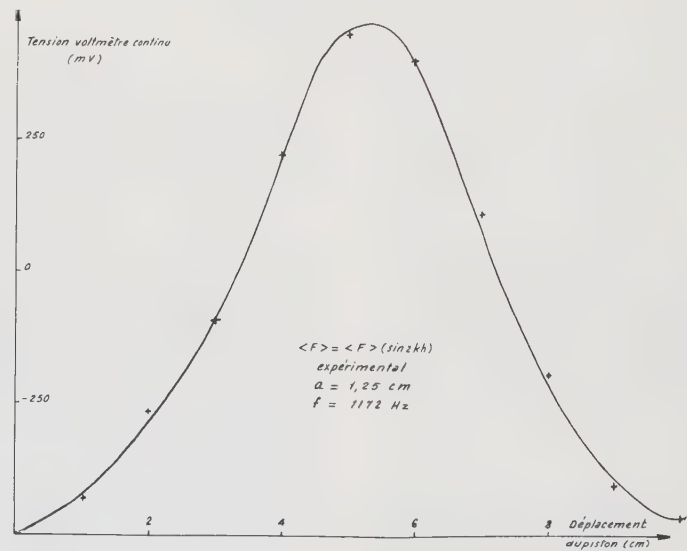


Fig. 10. — Courbe expérimentale enregistrée  $\langle F \rangle (\sin 2kH_4)$ .

intense, donc comme moyen d'étalonnage absolu du microphone.

### ÉTALONNAGE DU MICROPHONE

Nous opérons à fréquence fixe  $f = 1\,321 \text{ Hz}$ . Nous affichons au voltmètre continu une tension donnée correspondant à un échelon connu de force de radiation agissant sur la bille et on lit la tension correspondante sur le voltmètre électronique branché aux bornes

du microphone, ce qui nous permet de savoir la valeur expérimentale de l'intensité sonore dans le tuyau mesurée par le microphone. La figure 11 donne l'aspect d'une partie des différents échelons de force de radiation imposés, le niveau sonore variant de 128 dB à 148 dB, et la figure 12, les variations de l'intensité sonore moyenne en fonction de la force de radiation  $\langle F \rangle$ . Cette dernière figure montre, en particulier, que l'écart entre les valeurs expérimentales et théoriques de l'intensité sonore n'excèdent pas 10 %.

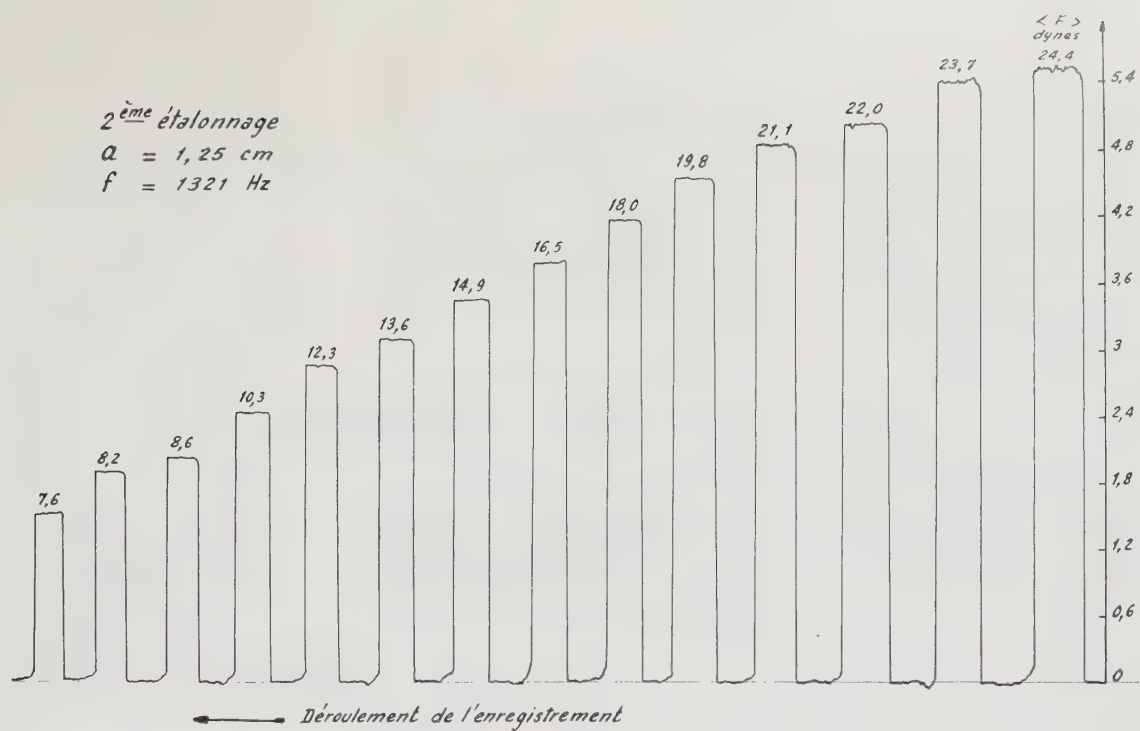


Fig. 11. — Echelons de Force de radiation enregistrés au cours de l'étalonnage du microphone à 1321 Hz ⇒

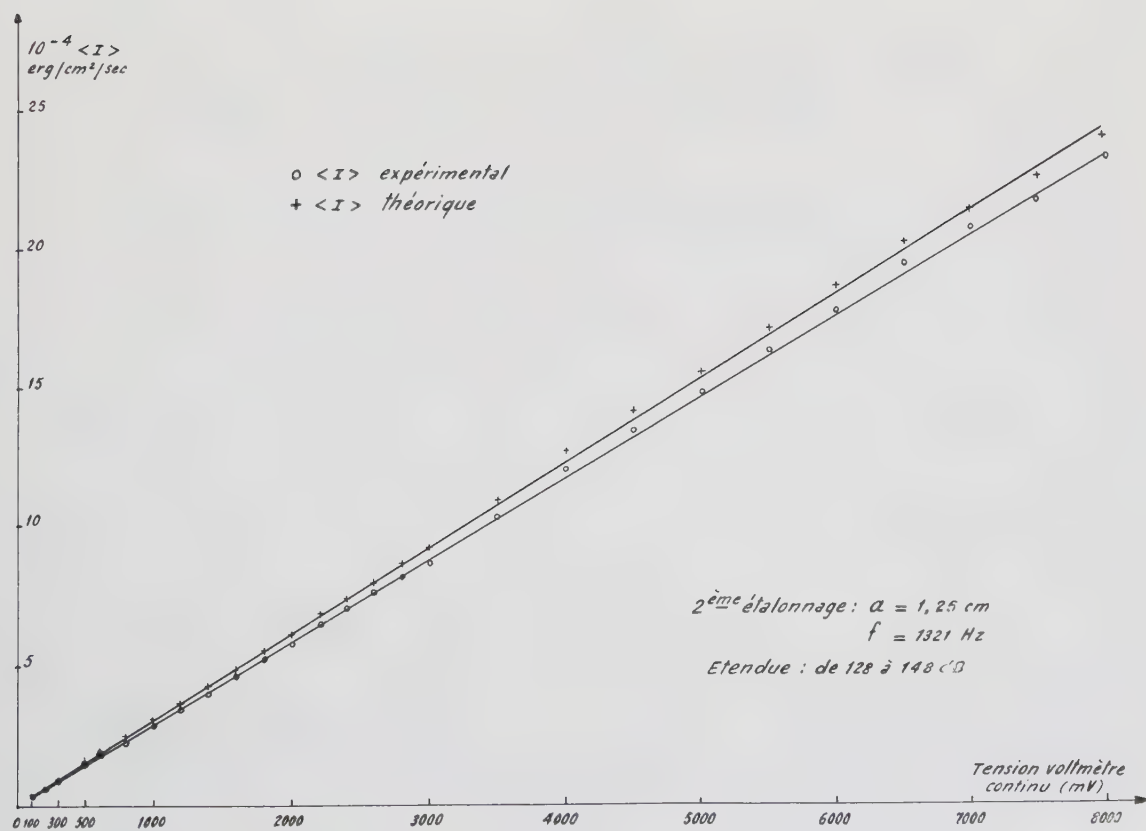


Fig. 12. — Variations de l'intensité sonore en fonction de la force de radiation.

## CONCLUSIONS

L'examen des résultats expérimentaux peut conduire aux constatations suivantes :

1° Les points expérimentaux sont quelque peu dispersés bien que cette dispersion soit en général inférieure à l'écart entre les droites théorique et expérimentale.

2° La loi fondamentale de proportionnalité de la force de radiation à l'intensité sonore moyenne qui règne dans le tuyau est bien vérifiée.

Les principales causes d'erreurs proviennent de l'imprécision de l'étalonnage du microphone, ainsi que des vibrations et fluctuations éventuelles que l'on ne peut totalement éliminer malgré les précautions énoncées plus haut.

## RÉSUMÉ

L'étude théorique de la force de radiation qui s'exerce en moyenne dans le temps sur un obstacle sphérique de petit rayon placé dans un champ acoustique plan, harmonique et de haut niveau, est abordée en utilisant une méthode de perturbation des équations générales d'un fluide non dissipatif.

On décrit ensuite un dispositif expérimental permettant de détecter et mesurer cet effort sur une bille en bois de 2 ou 3 cm de diamètre. Les conclusions de l'étude expérimentale montrent que les lois théoriques sont vérifiées à 10 % près. Ces résultats nous autorisent à utiliser la force de

radiation comme moyen d'étalonnage absolu de microphones dans une large étendue de niveaux sonores (128 dB-148 dB).

## BIBLIOGRAPHIE

- (1) Lord RAYLEIGH : *Theory of Sound*, Phil Mag 1902.
- (2) F.E. BORGNIS : *Review of Modern Physics*, 25,3 - Juillet 1953.
- (3) P. WESTERVELT : *Journal of the Acoustical Society of America*, 22,319 - 1950 ; 23,4 - 1951 ; 29,1 - 1957.
- (4) L. BRILLOUIN : *Les tenseurs en Mécanique et en élasticité*, Masson, 1960.
- (5) P.M. MORSE et U. INGARD : *Theoretical Acoustics*, Mac Graw Hill Book Company, 1968.
- (6) P.M. MORSE et H. FESHBACH : *Methods of Theoretical Physics*, Mac Graw Hill Book Company, 1954.
- (7) L.V. KING : *Proceeding of the Royal Society*, A,147, 861, 1934.
- (8) Voir référence 1 et J. GRUNEWALD : *Cahiers d'acoustique* 1948 - 1,203.

UNIVERSITÉ DE PARIS

FACULTÉ DES SCIENCES  
DE PARIS

9, QUAI SAINT BERNARD - PARIS V

SERVICE DE LA SCOLARITÉ

Bureau des Enseignements du 3<sup>e</sup> Cycle

TÉLÉPHONE : 336-25-25 - P

## PERMIS D'IMPRIMER

DOCTORAT : ..... DOCTEUR-INGENIEUR .....

THESE DE : .....

Nom : ..... SAURIER .....

Prénoms : ..... Gérald .....

Né (e) le 11 Février 1942 à ALGER Dép<sup>t</sup> Algérie

### SUJETS

1<sup>ère</sup> THESE : ..... " Etude de la pression de Radiation Sonore. ....

..... Application à l'étalonnage des transducteurs." .....

2<sup>e</sup> THESE (Propositions faites par la Faculté) : .....

Vu et permis d'imprimer

Paris, le

Le Recteur de l'Académie  
de Paris



Vu et approuvé

Paris, le 9 Juillet 1970

Le Doyen de la Faculté  
des Sciences de Paris

*[Signature]*





